

Механика

Лектор: Жақыпов Әлібек Серікұлы

Тел: +7 705 660 69 63

e-mail: Alibek.Zhakupov@kaznu.edu.kz

2 лекция

«Основные понятия механики»

Цель лекции: сформировать у студентов понимание основных понятий механики и кинематики материальной точки, научить описывать поступательное и вращательное движение с помощью векторных и угловых характеристик перемещения, скорости и ускорения.

Задачи лекции:

1. Дать определение механики как учения о механическом движении и кратко охарактеризовать ее основные разделы кинематику, статику и динамику.
2. Ввести понятия материальной точки, системы материальных точек, абсолютно твердого тела, тела отсчета и системы отсчета.
3. Научить описывать положение точки в пространстве с помощью радиус-вектора и уравнений движения, ввести понятия траектории, пути и векторного перемещения.
4. Рассмотреть определения средней и мгновенной линейной скорости, средней путевой скорости и показать их взаимосвязь.
5. Объяснить физический смысл вектора ускорения и его разложения на тангенциальную и нормальную составляющие.
6. Рассмотреть особенности вращательного движения, ввести понятия угловой скорости и углового ускорения и установить связь между линейными и угловыми характеристиками движения.

Основные понятия и термины:

Радиус-вектор – это вектор, проведенный из начала выбранной системы координат к точке, задает положение точки в пространстве как функцию времени.

Траектория — это линия, которую описывает конец радиус-вектора при движении точки, геометрическое место всех ее последовательных положений.

Мгновенная скорость – векторная величина, численно равная первой производной радиус-вектора по времени. Показывает, с какой быстротой и в каком направлении в данный момент изменяется положение точки. Направлена по касательной к траектории и определяет форму кривой и характер движения.

Ускорение (тангенциальное и нормальное) – это первая производная скорости по времени или вторая производная радиус-вектора, характеризует изменение скорости. Тангенциальное ускорение отвечает за изменение модуля скорости вдоль траектории, нормальное за изменение направления скорости и

всегда направлено к центру кривизны траектории, определяя «поворот» движения.

План лекции

1 Введение. Механика и кинематика материальной точки, область применения модели материальной точки.

2 Положение точки в пространстве. Радиус-вектор, уравнения движения, траектория, путь и вектор перемещения.

3 Линейная скорость. Средняя векторная и средняя путевая скорости, мгновенная скорость, ее геометрический и аналитический смысл.

4 Ускорение точки. Определение ускорения, разложение на тангенциальную и нормальную составляющие, физическая интерпретация.

5 Вращательное движение. Угловое перемещение, угловая скорость, угловое ускорение. Связь линейных и угловых величин, период и частота вращения.

«Основные понятия механики»

Механика - учение о простейшей форме движения материи, которое состоит в перемещении тел или их частей относительно друг друга. Механика - учение о механическом движении.

Механика состоит из кинематики, статики и динамики.

Материальная точка – это тело, имеющее массу, размерами которого можно пренебречь по сравнению с размерами, характеризующими движение этого тела.

Совокупность нескольких тел, каждое из которых можно считать материальной точкой, называется **системой материальных точек**

Абсолютно твердое тело - система материальных частиц, расстояние между которыми не изменяется при произвольных перемещениях этой системы. Это тело, которое ни при каких условиях не деформируется.

Механическое движение – это процесс изменения положения тела или его частей по отношению к другим телам или друг другу.

Произвольно выбранное неподвижное тело, по отношению к которому рассматривается движение данного тела, называется **телом отсчета**.

Кинематика

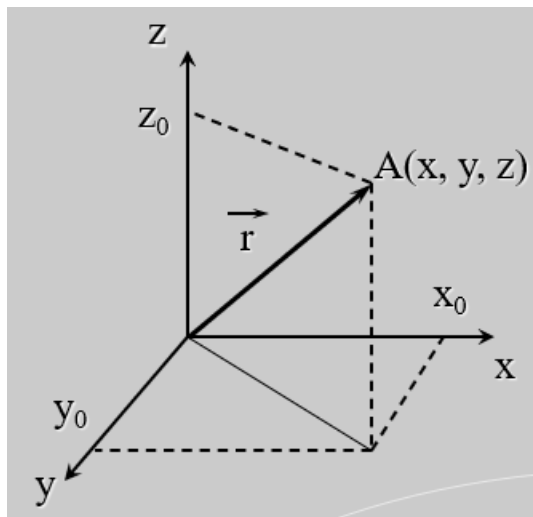
Система отсчета – это совокупность системы координат, часов и тела отсчета.

Положение точки однозначно определяется 3-мя координатами $A(x, y, z)$.

$$x_0 = f_1(t), y_0 = f_2(t), z_0 = f_3(t) \quad (2.1)$$

Эти уравнения являются уравнениями движения материальной точки. Совокупность последовательных положений точки A в процессе ее движения, называется **траекторией движения точки**.

Вектор, соединяющий начало координат и материальную точку, называется **радиус вектором**.



$$\mathbf{r} = i x_0 + j y_0 + k z_0 \quad (2.2)$$

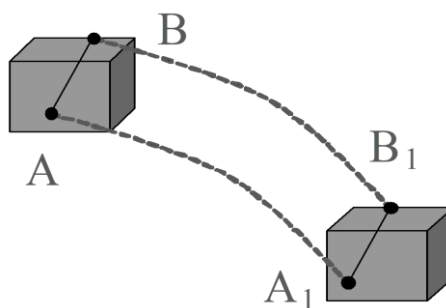
Поступательное движение

Поступательное движение – это такое движение, при котором тело перемещается параллельно самому себе. При этом все точки описывают одинаковые траектории, смещенные друг относительно друга.

Поступательное движение абсолютно твердого тела может быть охарактеризовано движением какой-либо одной его точки, например, центра масс.

Для характеристики поступательного движения тела (материальной точки) вводится понятие **перемещения**.

Перемещением называется вектор, соединяющий начальное положение тела с его конечным положением.



прямая AB параллельна прямой A₁B₁

Если положение точки в декартовой системе координат задано радиус-вектором, то **перемещение** можно определить как разность **радиус векторов**, характеризующих конечное (2) и начальное (1) положения точки, движущейся в течение промежутка времени

$$\Delta t = t_2 - t_1 \quad (2.3)$$

$$\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 \quad (2.4)$$

Проекции вектора перемещения на координатные оси OX (2.5), OY (2.6), OZ (2.7):

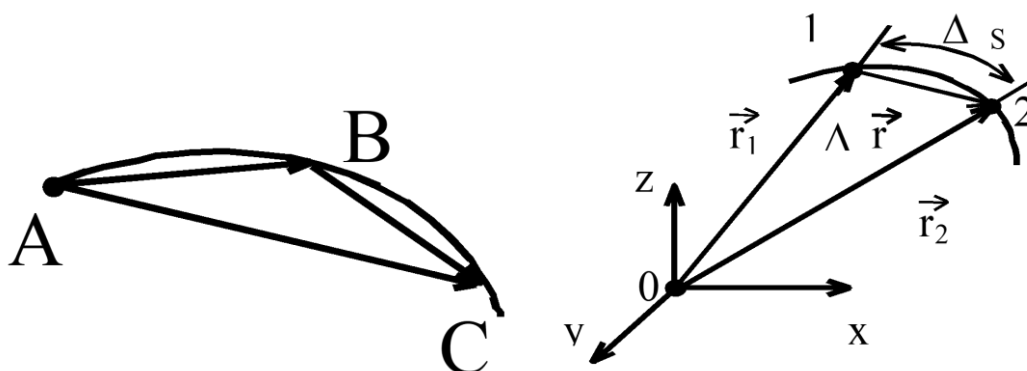
$$\Delta r_x = x_2 - x_1 = \Delta x \quad (2.5)$$

$$\Delta r_y = y_2 - y_1 = \Delta y \quad (2.6)$$

$$\Delta r_z = z_2 - z_1 = \Delta z \quad (2.7)$$

Δx , Δy , Δz – перемещение точки вдоль соответствующих осей. Расстояние (A, B, C), пройденное телом при его движении по траектории, равно **пути S**.

Путь - величина **скалярная**.



Скорость

Мгновенная линейная скорость – это физическая величина равная пределу, к которому стремится отношение элементарного перемещения Δr за промежуток времени Δt , в течение которого совершается это перемещение, при $\Delta t \rightarrow 0$.

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{dr}{dt} = r \quad (2.8)$$

Мгновенная скорость v - векторная величина, имеющая то же направление, что и касательная к траектории, т.к. вектор мгновенной скорости v совпадает с вектором достаточно малого перемещения dr за малое время dt . Мгновенная скорость численно равна первой производной от перемещения по времени.

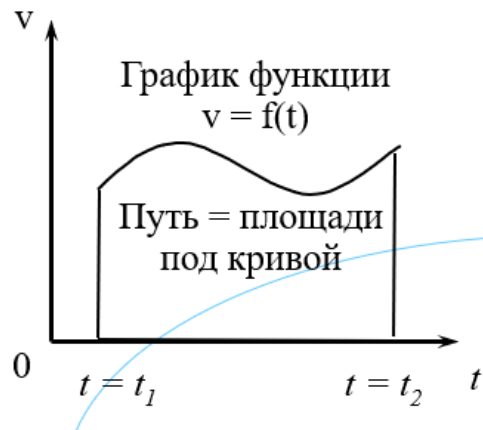
Средняя скорость за промежуток времени $\Delta t = t_2 - t_1$ – это физическая величина, равная отношению вектора перемещения Δr к длительности промежутка времени Δt :

$$v_{\text{ср.}} = \frac{dr}{dt} \quad (2.9)$$

Средняя скалярная (путевая) скорость - физическая величина, определяемая отношением пути ΔS , пройденного точкой за промежуток времени Δt к длительности этого промежутка:

$$v_{\text{ср.}} = \frac{\Delta S}{\Delta t} \text{ следовательно } dS = v dt \text{ и } S = \int_{t_2}^{t_1} v dt$$

Величину пройденного точкой пути можно представить графически как площадь фигуры, ограниченной кривой: $v = f(t)$, прямыми $t = t_1$ и $t = t_2$ и осью времени на графике скорости.



Ускорение

При движении точки мгновенная скорость может меняться как по величине, так и по направлению. При этом вектор $\vec{v}$ стремится к некоторому пределу, называемому линейным ускорением:

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{dr}{dt} \right) \quad (2.10)$$

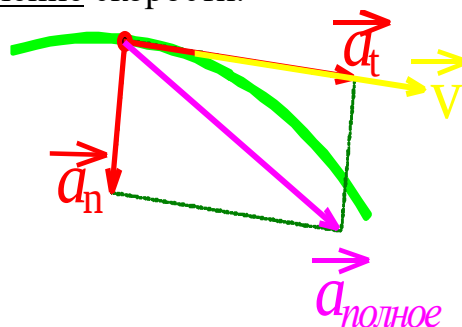
Ускорение - векторная величина, характеризующая изменение скорости в единицу времени, численно равная первой производной от мгновенной скорости по времени или второй производной от перемещения по времени. Вектор ускорения $\vec{a}$ представляют в виде 2-х взаимно перпендикулярных векторов: $\vec{a}_n$ – нормального ускорения (перпендикуляр к траектории), $\vec{a}_t$ – тангенциального ускорения (по касательной к траектории).
Полное ускорение:

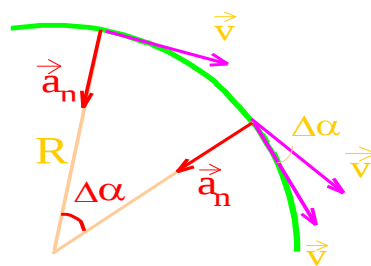
$$\vec{a}_{\text{полное}} = \vec{a}_n + \vec{a}_t \quad (2.11)$$

Численное значение полного ускорения:

$$|\vec{a}_{\text{полное}}| = \sqrt{|\vec{a}_n|^2 + |\vec{a}_t|^2} \quad (2.12)$$

За малый промежуток времени dt тангенциальное ускорение изменяет только величину скорости, но не ее направление. Нормальное ускорение a_n изменяет только направление скорости.





$$\vec{a}_\tau = \frac{dy}{dx} \vec{a} \quad (2.13)$$

$$a_n = \frac{v^2}{R} \vec{a} \quad (2.14)$$

где t, n – единичные вектора (тангенциаль и нормаль).

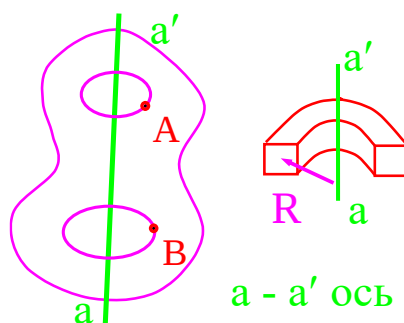
Вращательное движение

Угловая скорость

При вращательном движении точки тела описывают окружности, расположенные в параллельных плоскостях. Центры всех окружностей лежат на одной прямой, перпендикулярной к плоскостям окружностей и называемой осью вращения.

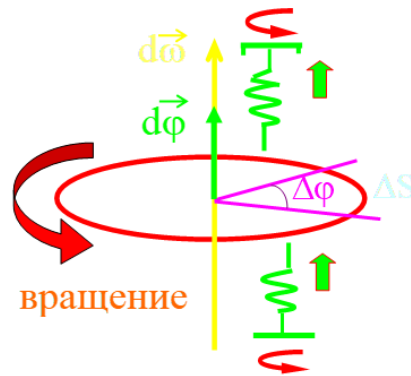
Вектор элементарного углового перемещения – это «псевдо» вектор, модуль которого равен углу поворота, а направление параллельно оси вращения и определяется правилом правого винта (буравчика).

Угловая скорость – вектор, равный первой производной от угла поворота. Она направлена так же, как и вектор элементарного углового перемещения (вдоль оси по правилу буравчика).



$$\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{d\vec{\varphi}}{dt} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt} \quad (2.15)$$

Размерность: c^{-1}



Найдем связь между линейной скоростью v точки, находящейся на расстоянии R от оси и угловой скоростью ω :

$$V = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta r}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{R \Delta \varphi}{\Delta t} = R \cdot \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = R \cdot \omega \quad (2.16)$$

Итак: $V = R \cdot \omega$

Либо в векторной форме: $\vec{V} = |\vec{R} \times \vec{\omega}|$

Модуль вектора скорости определим по правилу векторного произведения:

$$|\vec{v}| = |\vec{R}| \cdot |\vec{\omega}| \cdot \sin(\vec{\omega}, \vec{R}) \quad (2.17)$$

Направление скорости V определяется правилом правого винта (буравчика). Винт располагаем перпендикулярно оси и вращаем от ω к R . Таким образом, чем дальше отстоит точка от оси вращения, тем больше ее линейная скорость.

При $\omega = \text{const}$ существует время полного оборота тела.

Период вращения T – это время за которое совершается телом один полный оборот. При этом:

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt} = \frac{2\pi}{T} \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} \quad (2.18)$$

$$d\varphi = 2\pi (360^\circ) \quad (2.19)$$

$$dt = T \quad (2.20)$$

Число оборотов в единицу времени есть частота вращения

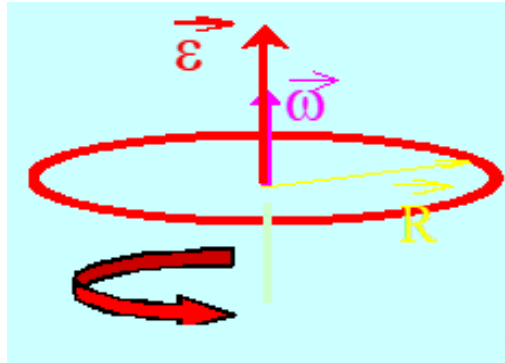
$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \quad (2.21)$$

$$\omega = 2\pi\nu \quad (2.22)$$

Угловое ускорение

Угловое ускорение – это вектор, модуль которого равен первой производной от угловой скорости, а направление определяется правилом правого винта (буравчика).

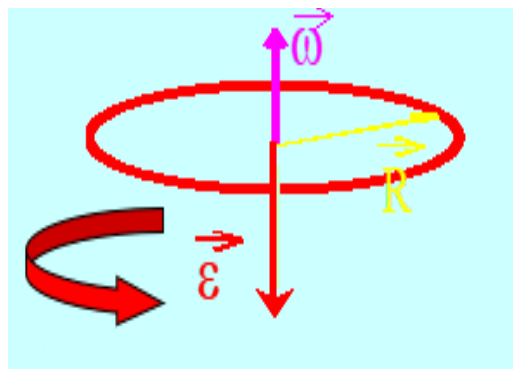
$$\vec{\varepsilon} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{\omega}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{d\varphi}{dt} \right) = \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \ddot{\varphi} \quad (2.23)$$



Направления $\vec{\omega}$ и $\vec{\varepsilon}$ совпадают при:

$$\frac{d\vec{\omega}}{dt} > 0 \quad (2.24)$$

Тело раскручивается.



Направления $\vec{\omega}$ и $\vec{\varepsilon}$ противоположны при:

$$\frac{d\vec{\omega}}{dt} < 0 \quad (2.25)$$

Тело замедляется.

Найдем связь между линейными ускорениями и угловыми:

$$\vec{a}_\tau = \frac{d\vec{v}}{dt} = \{\vec{v} = \vec{\omega}\vec{R}\} = \frac{d(\vec{\omega}\vec{R})}{dt} = \vec{R} \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \vec{R}\vec{\varepsilon} \quad (2.26)$$

$$\vec{a}_n = \frac{v^2}{R} \vec{n} = \{\vec{v} = \vec{\omega}\vec{R}\} = \frac{\omega^2 R^2}{R} \vec{n} = \omega^2 \vec{R} \quad (2.27)$$

$$\vec{a}_\tau = \vec{R}\vec{\varepsilon} \quad \vec{a}_n = \omega^2 \vec{R} \quad \vec{a}_{\text{полное}} = \vec{R}\vec{\varepsilon} + \omega^2 \vec{R} \quad (2.28)$$

$$S = R\varphi \quad v = R\omega \quad (2.29)$$

При $\varepsilon = \text{const}$: $\omega = \omega_0 + \varepsilon t \quad \varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}$

Контрольные вопросы

1. Что такое материальная точка и в каких случаях реальное тело можно считать материальной точкой
2. Как определяется перемещение точки в векторной форме и чем перемещение отличается от пути
3. В чем различие между средней векторной скоростью, средней путевой скоростью и мгновенной скоростью
4. Каков физический смысл тангенциального и нормального ускорений и какую роль каждое из них играет в изменении движения точки
5. Как связаны между собой линейная и угловая скорости при вращательном движении и от каких величин зависит линейная скорость точки

Литература

1. Трофимова Т.И. Курс физики. М.: Высш. шк., 1990.- 478 с.
2. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики М.: Высш. шк., 1989.- 608 с.
3. Савельев И.В. Общий курс физики. Т1. Механика. Молекулярная физика. М.: Наука, 1988.- 416 с.
4. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики.- М.: Наука, 1985.
5. Зисман Г.А., Тодес О.М. Курс общей физики. Т.1,2,3.-М.: Наука, 1974,1980
6. Сивухин Д.В. Курс общей Физики. – М.: Наука, 1986. Т. 1.